

mesures d'inductances (pont de Maxwell) ; coefficient d'induction mutuelle

1. mesure d'inductances au pont de Maxwell

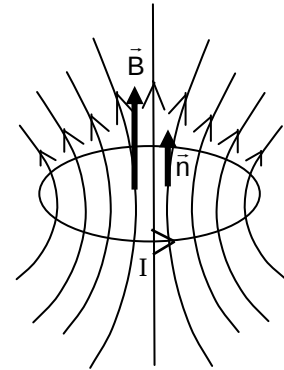
1.1 rappel : coefficient d'auto-induction

considérons un circuit fermé, parcouru par un courant I , et créant un champ magnétique $\vec{B}$; l'intensité de ce champ est proportionnelle à I , et donc le flux de $\vec{B}$ à travers le circuit également. On peut donc poser $\Phi = LI$

où Φ est le "flux propre" du circuit (flux créé par le circuit à travers lui-même).

L est le coefficient d'auto-induction (ou inductance) en Henry.

Le sens de $\vec{B}$, et le sens de la normale à la surface du circuit étant les mêmes (imposés par le sens du courant), L est toujours positif. Pour calculer un coefficient d'auto-induction, on commence par calculer le champ B , son flux à travers une spire, puis à travers toutes les spires, et on en déduit L .



si le courant varie au cours du temps, il apparaît une force électromotrice d'auto-induction

$$e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (\text{loi de Faraday-Lenz})$$

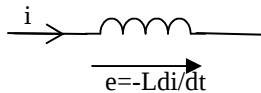
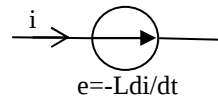
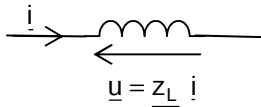


schéma équivalent :



en régime sinusoïdal, on définit l'impédance complexe $\underline{Z}_L = jL\omega$.



ce qui permet d'utiliser les théorèmes généraux pour les dipôles linéaires en représentation complexe.

1.2 calcul de l'inductance d'un solénoïde long

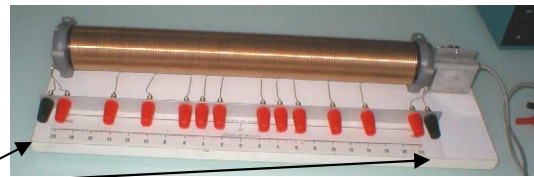
calculer le champ magnétique à l'intérieur d'un bobinage de longueur $\ell \gg R$, comportant N spires, parcouru par un courant i ; à quelle condition peut-on le supposer uniforme ? cette condition étant supposée remplie, calculer le flux de B à travers une spire, puis N spires, en déduire l'expression du coefficient L .

on propose une expression tenant compte de la longueur finie du bobinage : $L = L_\infty \left(1 - \frac{R}{\ell} + \frac{R^2}{2\ell^2} \right)$ où L_∞ est la

valeur de L en supposant la longueur du bobinage infinie.

Pour quelle valeur du rapport $\frac{R}{\ell}$ un solénoïde peut-il être

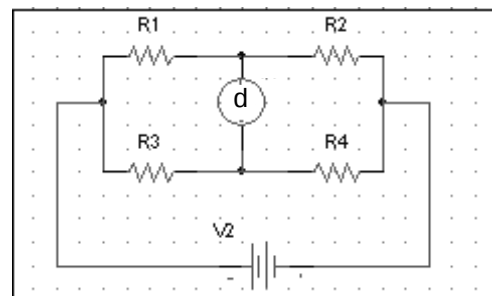
considéré comme "infini" à mieux que 1% près ? Le solénoïde dont vous allez mesurer l'inductance répond-il à ce critère ? (il s'agit de l'enroulement de fil gris, connecté aux bornes extrêmes noires)



1.3 principe du pont de mesure de Maxwell

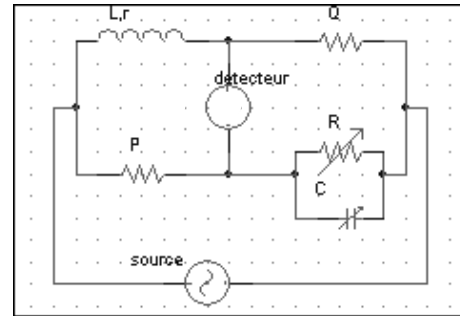
On considère tout d'abord le pont de Wheatstone ci-contre : montrer que lorsque le pont est "équilibré" (courant nul dans le détecteur d), les valeurs des résistances vérifient la relation :

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$



on s'intéresse maintenant au pont de Maxwell :

en transposant le résultat précédent aux circuits linéaires en régime sinusoïdal, établir la condition d'équilibre du pont, sous la forme de deux égalités reliant P, Q, R, r d'une part, et P, Q, L, C d'autre part. En déduire une méthode de mesure de l'inductance et de la résistance d'une bobine, si on dispose d'une source continue, d'une source sinusoïdale, de résistances et capacités variables. Le détecteur sera constitué soit d'un galvanomètre, soit d'un oscilloscope.



1.4 mesure d'inductances

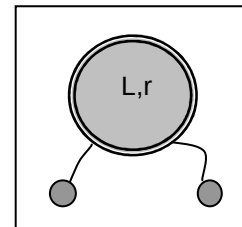
réaliser le montage ci-dessus, exactement comme il se présente, en prenant deux boîtes AOIP à 0,2% pour P et Q ($P=Q=200\Omega$), une boîte à décade 1% pour R , une boîte de capacités 1% pour C , et un galvanomètre à cadre mobile comme détecteur de courant continu; cet appareil permet de détecter un courant de 10^{-6} ou 10^{-8} Ampère lorsque le bouton "sensibilité x 100" est enfoncé. **Il est très fragile, et sensible aux court-circuits et sera toujours placé en série avec un interrupteur à contact fugitif.**

on mesurera tout d'abord la résistance de la petite bobine placée sur un support :

débrancher C , mettre toutes les boîtes de R à 0, sauf la plus grande à 10 alimenter en continu (1 à 2 V), et appuyer fugitivement sur l'interrupteur du galvanomètre. Le pont n'étant pas équilibré, l'aiguille dévie.

diminuer la valeur de R sans jamais l'annuler, jusqu'à ce que l'aiguille passe par le zéro; revenir en arrière, augmenter la sensibilité, jusqu'à encadrer la valeur permettant d'avoir un courant nul.

en déduire la valeur de r , et l'erreur sur la mesure.



on mesure ensuite son inductance.

sans toucher à R , rebrancher la capacité, alimenter le pont par un générateur BF réglé sur 1,0 kHz environ, et remplacer le galvanomètre par une voie de l'oscilloscope, en prenant soin d'intercaler une sonde différentielle, afin d'éviter les court-circuits dus aux masses communes des appareils.

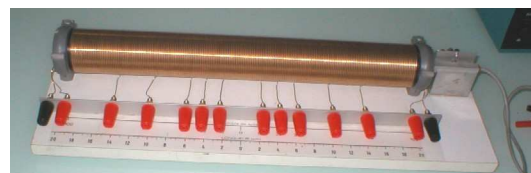
donner à C sa valeur maximale, et en procédant comme précédemment, chercher la valeur de C qui minimise le signal à l'entrée de l'oscilloscope; en déduire la valeur de L , et l'erreur sur la mesure.

$$r = \dots \pm \dots \Omega \quad L = \dots \pm \dots H$$

faire ensuite la mesure à l'ohmmètre, puis à l'inductancemètre, et comparer les valeurs obtenues.

mesurer maintenant la résistance et l'inductance de la grande bobine (bornes noires) et comparer avec les valeurs calculées au 1.2.

(reporter sur le compte-rendu les valeurs de la longueur, du rayon et du nombre de spires)



2 coefficient d'induction mutuelle

2.1 rappel théorique :

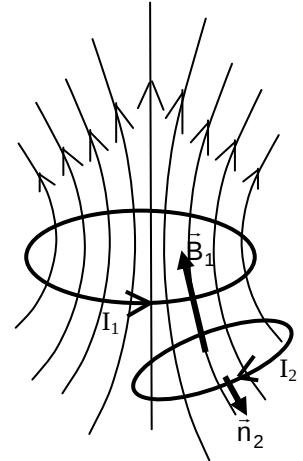
soient deux circuits parcourus par des courants I_1 et I_2 , placés de façon telle qu'une partie seulement des lignes du champ créé par un circuit, traverse l'autre circuit.

appelons Φ_{12} le flux envoyé par le circuit 1 parcouru par I_1 à travers le circuit 2, et Φ_{21} le flux envoyé par le circuit 2 parcouru par I_2 à travers le circuit 1

On pose : $\Phi_{12} = M_{12}I_1$ et $\Phi_{21} = M_{21}I_2$ et on montre que $M_{12} = M_{21} = M$

contrairement à L , le coefficient M peut être négatif, puisque le signe des flux dépend du sens des courants qui orientent les circuits.

on montre que $M^2 \leq L_1 L_2$ où L_1 et L_2 sont les inductances propres des deux circuits



le flux total à travers le circuit 1 s'écrit : $\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} = L_1 I_1 + M_{21} I_2$

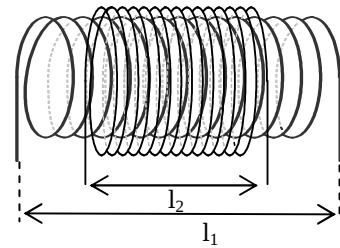
le flux total à travers le circuit 2 s'écrit : $\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21} = L_2 I_2 + M_{12} I_1$

en régime variable
$$e_1 = -\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = -L_1 \frac{\partial I_1}{\partial t} - M \frac{\partial I_2}{\partial t} \quad \text{et} \quad e_2 = -\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} = -L_2 \frac{\partial I_2}{\partial t} - M \frac{\partial I_1}{\partial t}$$

2.2 calcul du coefficient d'induction mutuelle pour un bobinage double

(N_1 et N_2 spires)

en supposant applicables les hypothèses du solénoïde infini, calculer pour la bobine double Φ_{12} le flux envoyé par le premier enroulement parcouru par I_1 à travers le second, et Φ_{21} le flux envoyé par le second enroulement parcouru par I_2 à travers le premier. En déduire l'expression de M_{12} , de M_{21} et vérifier que $M_{12} = M_{21} = M$.



2.3 mesure du coefficient d'induction mutuelle :

on utilisera la bobine à deux enroulements (on prendra $N_1 = 200$ sp. et $N_2 = 140$ sp.)

réaliser le montage suivant : les points Y1 et Y2 sont reliés aux voies 1 et 2 de l'oscilloscope. La bobine 1 (200 sp.) est alimentée par un signal triangulaire, en intercalant une résistance de 10Ω pour avoir une image du courant sur la voie 1. bien faire attention au positionnement des masses.

la bobine 2 ne débite aucun courant, donc la tension à ses bornes est

$$e_2 = -M \frac{\partial I_1}{\partial t} \quad (\text{voir au-dessus})$$

justifier ainsi la forme du signal obtenu sur la voie 2

calculer la pente $\frac{\partial I_1}{\partial t}$ du signal vu sur la voie 1, en déduire la valeur de

M

comparer avec la valeur numérique que donnerait le calcul du 2.2.

