

2. étude de l'oscillateur quasi-sinusoïdal

2.1 étude théorique, éléments de réponse

en remarquant que l'entrée - de l'AOP est reliée à un pont diviseur de tension, et que l'entrée + correspond à la sortie du filtre de Wien, on établit avec $V_+ = V_-$ en régime linéaire, l'équation :

$$\boxed{RC \ddot{v}_s + (3-K)\dot{v}_s + \frac{v_s}{RC} = 0} \quad \text{avec} \quad K = 1 + \frac{R'}{R}$$

étude des différents régimes possibles suivant les valeurs de K, et forme générale des solutions :

l'équation caractéristique s'écrit : $RCr^2 + (3-K)r + \frac{1}{RC} = 0$ et a pour solutions $r = \frac{-(3-K) \pm \sqrt{\Delta}}{2RC}$

avec $\Delta = (3-K)^2 - 4 = (3-K+2)(3-K-2) = (5-K)(1-K)$ dont les racines sont $K = 1$ et $K = 5$

- pour $K < 1$ ou $K > 5$, Δ est positif, r_1 et r_2 sont réelles, les solutions sont exponentielles et il ne peut y avoir d'oscillations.
- pour $K = 1$ ou $K = 5$, Δ est nul, $r = \frac{-(3-K)}{2RC}$ soit $\frac{-1}{RC}$ ou $\frac{1}{RC}$, régime critique, pas d'oscillations
- pour $1 < K < 5$, Δ est négatif, r_1 et r_2 sont imaginaires : $\frac{-(3-K) \pm j\sqrt{-\Delta}}{2RC}$ les solutions sont pseudo-périodiques

$$\boxed{V_S = V_{\max} e^{-\frac{(3-K)}{2RC}t} \cos\left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2RC}t + \varphi\right)} \quad \text{amorties si } K < 3, \quad \text{et amplifiées si } K > 3$$

- pour $K = 3$: pas de terme d'ordre 1 dans l'équation différentielle, la solution est purement sinusoïdale :

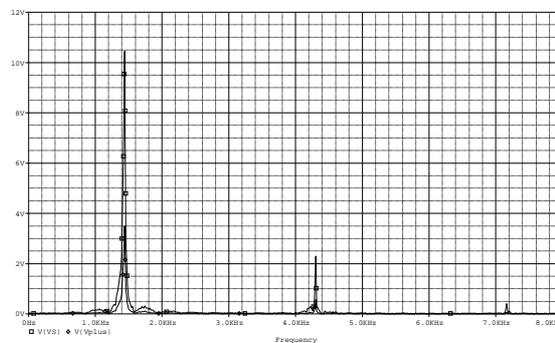
$$\boxed{V_S = V_{\max} \cos\left(\frac{\sqrt{4}}{2RC}t + \varphi\right) = V_{\max} \cos\left(\frac{1}{RC}t + \varphi\right)}$$

(en effet : $RC \ddot{v}_s + \frac{v_s}{RC} = 0$ donne $\ddot{v}_s + \omega_0^2 v_s = 0$ avec $\omega_0 = \frac{1}{RC}$)

ceci est obtenu pour une valeur de R' telle que $R' = 2R$

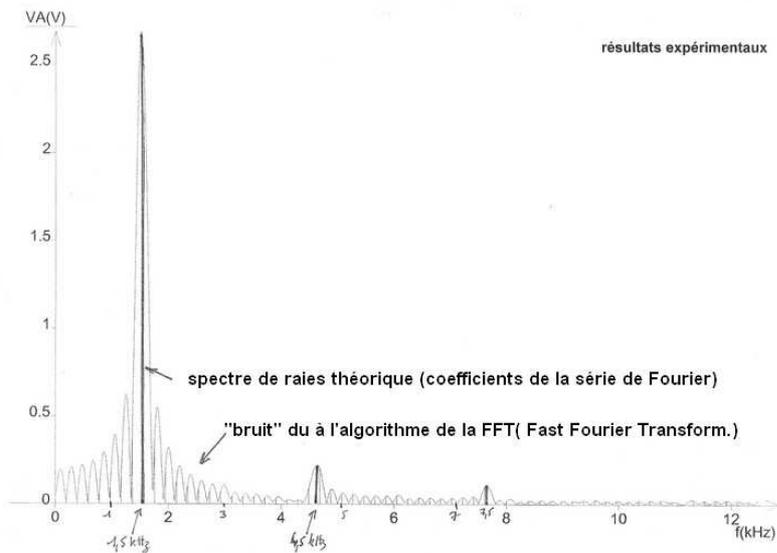
dans le cas d'un régime oscillant, lorsque la tension de sortie devient égale à $\pm V_{\text{sat}}$, l'amplificateur "sature", et l'hypothèse du régime linéaire n'est plus valable : il faudrait reprendre les équations avec de nouvelles conditions initiales à chaque demi-période, et tenir compte du basculement entre les deux régimes pour décrire la tension de sortie.

on constate alors que les oscillations sont "écrêtées" à $\pm V_{\text{sat}}$, et que le spectre du signal fait apparaître des harmoniques, dont l'amplitude est d'autant plus grande qu'on s'éloigne du signal sinusoïdal.



résultats expérimentaux

- pour des valeurs de R' inférieures à $20\text{k}\Omega$ (en fait $19,9$) il n'y a pas d'oscillations
- on se rapproche du régime sinusoïdal pur pour $K=3$, soit $R' = 20\text{k}\Omega$; le spectre est alors constitué d'une raie unique
- pour des valeurs de R' supérieures à $20\text{k}\Omega$, le montage entre en oscillations, et la tension de sortie de l'amplificateur est limitée par $\pm V_{\text{sat}}$
- la tension n'est plus sinusoïdale, et le spectre s'enrichit en harmoniques (voir ci-dessous)



-par ailleurs, la fréquence des oscillations, égale à $\omega_0/2\pi$ pour $R' = 20\text{k}$, s'éloigne de cette valeur lorsque R' augmente, et dépend d'autres facteurs (tolérance, échauffement des composants..)

pour $R=10\text{k}\Omega$ et $C=10\text{nF}$					
$R'(\text{k}\Omega)$	19,9	20	21	25	30
$f(\text{kHz})$	1,52	1,52	1,51	1,43	1,32

pour $R=10\text{k}\Omega$ et $C=22\text{nF}$					
$R'(\text{k}\Omega)$	19,9	20	21	25	30
$f(\text{Hz})$	723	715	710	675	625

-la tension mesurée à l'entrée V_+ de l'amplificateur (sortie vs du filtre) comporte moins d'harmoniques; ceci est dû au fait que le filtre de Wien est un "passe-bande" centré sur la fréquence des oscillations f_0 ; il atténuera donc les harmoniques.